TRABAJO 1--TEORÍA

Métodos Numéricos

Programa de Ing. Agroindustrial

Prof. Juan Deavila

NOTA: Este trabajo se debe presentar el día 13 de Marzo de 2018. Se debe trabajar en grupos de mínimo 5 estudiantes. Recuerde que la nota de este trabajo representa el 30 % de la nota final del primer corte.

Solución numérica de Ecuaciones en Una Variable

1. Utilice el método de bisección para determinar una aproximación con una tolerancia de 10^{-2} de todas las soluciones de la ecuación $x^4 - 3x^2 - 3 = 0$.

2. Sean $f(x) = (x-1)^{10}$, $P = 1$ y $P_n = 1 + \frac{1}{n}$. Verifique que $|f(P_n)| < 10^{-3}$ siempre que $n > 1$, Pero que $|P - P_n| < 10^{-3}$ siempre que $n > 1000$. Indicar que información nos regala este ejercicio.

3. Determine rigurosamente si cada una de las siguientes funciones tiene un único punto fijo en el intervalo dado:

   a) $g(x) = 1 - \frac{x^2}{4}$, $[0, 1]$.

   b) $g(x) = 2^{-x}$, $[0, 1]$.

   c) $g(x) = \frac{1}{x}$, [0.5,5.2].

   ϵ

4. Determinar analíticamente los puntos fijos (si existen) de la función g definida por

$$g(x) = -4 + 4x - \frac{1}{2}x^2$$

   Utilice como aproximación inicial el valor $P_0 = 1{,}9$ para aproximar uno de los puntos fijos encontrados, calculando P_1, P_2 y P_3. Determine el error absoluto de la aproximación P_3.

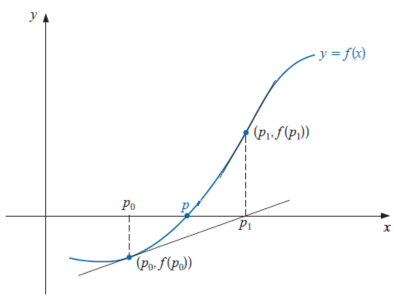
5. Se desea determinar una aproximacón para la única raiz de la función $f(x) = x^4 - 3x^2 - 3$ en el intervalo $[1, 2]$. ¿ Se puede usar el método de punto-fijo ?. ¿ Cuantas iteraciones (mínimo) se deben realizar con el método de punto-fijo para obtener una aproximación con una precisión de por lo menos cinco cifras decimales exactas.? ¿ Si se realizan 50 iteraciones, que se puede decir de la aproximación P_{50} ?

6. Sea $g(x) = x\cos x$. Determinar todos los puntos fijos de g (si existen). Se puede usar el método de punto-fijo para hallar aproximaciones a estos puntos fijos?. ¿Por qué ?.

7. ¿ Por qué para el método de punto-fijo es una ventaja tener que $g'(P) \approx 0$, donde P es el punto-fijo de g.?

8. La siguiente gráfica muestra la forma como funciona el método de Newton-Raphson para aproximar una raiz P de una función f: dado el valor inicial P_0 se traza la recta tangente a la curva de f en el punto $(P_0, f(P_0))$ luego el siguiente valor aproximado P_1 es la intercepción de esta recta con el eje x. Deducir la fórmula de recurrencia del método de la Newton-Raphson apartir de estos datos.

   Sugerencia: Considere la ecuación punto-pendiente de la recta dada en la gráfica.



9. Aplique el método de Newtom-Raphson para aproximar la solución de la ecuación $x^2 - e^{-x} = 0$ que se encuentra en el intervalo $[0, 1]$. Usar $P_0 = 0{,}5$ y detener el proceso en la iteración número N tal que $|f(P_N)| < 10^{-4}$.

10. Aplique el método de la secante para aproximar la solución de la ecuación $x^2 - e^{-x} = 0$ que se encuentra en el intervalo $[0, 1]$. Detener el proceso en la iteración número N tal que $|f(P_N)| < 10^{-4}$.

11. Usar el método de Newtom-Raphson para aproximar con una tolerancia de 10^{-2} el valor de x que produce el punto en la gráfica de $y = x^2$ que es más cercano al punto $(1, 0)$.